

Estimación de la altura de *Vochysia guatemalensis* y *Gmelina arborea* a partir de otras dimensiones en una plantación en Puerto Viejo, Sarapiquí, Costa Rica

Marianne Peña Wust¹, Emilio Calderón¹, Samuel Hernández¹
marianne.pena@ucr.ac.cr, gabriel.calderonjimenez@ucr.ac.cr
samuel.hernandezvargas@ucr.ac.cr

RESUMEN

El objetivo de este estudio fue determinar un modelo de regresión lineal múltiple para predecir la altura de *Vochysia guatemalensis* (cebo) y *Gmelina arborea* (melina) a partir de variables predictoras como la edad, la especie, los diámetros a distintas alturas del suelo y el diámetro de copas. Se tomaron medidas de 32 árboles en una finca de Puerto Viejo de Sarapiquí las que se utilizaron para ajustar un modelo completo, al que posteriormente se le aplicaron diagnósticos y procedimientos de selección de variables. El resultado de este proceso fue un modelo cuyas variables son la especie, el diámetro a la altura del pecho (dap) y su interacción. Este modelo explica un 90.92% de la variabilidad de la altura. Posteriormente, se obtuvieron dos ecuaciones a partir de este, una para cada especie, cuyos coeficientes demuestran que al aumentar el dap, la altura promedio del cebo aumenta más que la de la melina.

PALABRAS CLAVE: Modelo de regresión lineal múltiple, modelo con interacción, diámetro a la altura del pecho, cebo, melina.

INTRODUCCIÓN

Una plantación forestal se define como un área técnicamente cultivada con árboles para la obtención de sus bienes y servicios (Rojas, 2001). La silvicultura es la disciplina que se enfoca en manejarlas de tal manera que se maximicen los beneficios y se minimicen los costos de su aprovechamiento (Montes-Pulido, 2014). Una de las actividades de las que se ocupa es la producción de madera. Ahora, para comerciar un árbol, es necesario conocer el volumen de la madera que contiene. Por eso es esencial predecir este volumen con precisión usando otras medidas (Barrantes-Madrigal et al., 2021). Esta práctica se denomina cubicación de madera y, por lo general, utiliza como variable predictora la altura (Alpízar, 2020; Barrantes-Madrigal et al., 2021). No obstante, medir la altura indirectamente es un proceso que toma algún tiempo. Por eso es importante determinar ecuaciones para predecir la altura que utilicen dimensiones que puedan ser medidas con el árbol en pie. Este es precisamente el propósito de este trabajo.

La relación entre el diámetro a la altura del pecho (dap) y la altura ha sido ampliamente estudiada. Por ejemplo, la investigación de Li et al. (2015) desarrolló 39 modelos (6 lineales y 33 no

¹ Estudiantes de la Escuela de Estadística de la Universidad de Costa Rica.

lineales) para predecir la altura de árboles de higo usando dap, y el estudio de Lynch et al. (2005) hizo algo similar con *Q. pagoda*. Las medidas de los diámetros a otras alturas también se pueden utilizar para calcular el ahusamiento, el cual ha sido relacionado con el volumen comercial del árbol (Hernández Ramos et al., 2022; Guzman Santiago et al., 2022). A su vez, otras investigaciones han relacionado el dap con el área de la copa, como en O'Brien et al. (1995), quien determinó que las regresiones del área de la copa-diámetro fueron significativas, con coeficientes de determinación de entre 0.61 y 0.93 en ocho especies distintas. Kalliovirta y Tokola (2005) mencionan varios estudios en los que se encontró una relación entre el diámetro de copas y el dap, como Jacobson (1970), el cual determinó que había una relación casi lineal entre estas dos medidas. Luego, en la misma investigación de O'Brien et al. (1995) encontró que la relación entre la edad y la altura era positiva, pero que, a cierta edad, el ritmo de crecimiento se desaceleraba. Finalmente, para predecir la altura también es importante tomar en cuenta su especie, por lo que en este estudio también se considerará como variable.

La especie *Vochysia guatemalensis* (cebo) se puede encontrar desde el sur de México hasta Colombia. Presenta un dap y una altura de hasta 1.5 m y 55 m, respectivamente. Su crecimiento óptimo se da a una altura menor que 1000 msnm, una temperatura promedio anual de 24-30 °C y precipitaciones de 2500-5000 mm (Mora-Chacón et al., 2015; Mesén y Vásquez, 2009). Se ha usado en Costa Rica desde la década de los 80 para la reforestación, ya que se prefiere por la buena forma de su fuste, su rápido crecimiento y por su amplia aceptación en el mercado local (Mesén y Vásquez, 2009; Fournier y Di, 1998). Además, puede crecer en suelos ácidos y de baja fertilidad (Mora-Chacón et al., 2015). Por otro lado, *G. arborea* crece en valles fértiles y húmedos con una precipitación anual promedio de 750-5000 mm y temperaturas de entre 21-28 °C. Alcanza alturas de hasta 30m. Entre sus usos está la producción de madera, pulpas y papel (Elumalero et al, 2021). Según Hernández-Castro et al (2021), en Costa Rica había 118235 ha de área plantada con este árbol en el 2014.

El objetivo general de este trabajo es generar un modelo de regresión que permita estimar la altura a partir de otras de sus dimensiones, con el fin de que sea de utilidad para la cubicación de la madera del árbol en pie específicamente para las especies cebo y melina. Como objetivos específicos, se tienen 1) identificar las variables que permitan generar una ecuación de regresión lineal con el fin de determinar el promedio de la altura en función de estas, 2) analizar la relación de las principales variables predictoras escogidas con la variable respuesta y 3) determinar cuánto de la variabilidad de la altura logra explicar el modelo propuesto, tomando en cuenta el aporte de cada variable a éste.

Con respecto a las hipótesis: 1) se ha llegado a proponer en muchos estudios que el dap es una medida sumamente útil a la hora de buscar predecir la altura, como se mencionó anteriormente, entonces en este estudio también se supone que el dap llegue a ser una variable muy importante para predecir la altura, 2) como se exploró en los antecedentes se espera que exista una relación positiva entre la altura y la edad, y 3) como Jacobson (1970) encontró una estrecha relación entre el diámetro de copas y el dap, se considera probable que el aporte marginal de esta primera variable no sea muy significativo al entrar luego de las demás.

METODOLOGÍA

El presente trabajo es de tipo observacional ya que no se interfiere en las variables predictoras, sino que solo se lleva a cabo una observación de estas con el objetivo de construir las ecuaciones que permitan predecir la altura de los árboles.

La unidad de observación es un árbol de las especies cebo o melina en Puerto Viejo, Sarapiquí, Costa Rica el 6 de noviembre del 2024. Se tomó una muestra de 32 árboles para este estudio, 16 de cada especie. Las unidades de la muestra se determinaron de manera sistemática tomando un árbol al azar y luego cada 10 árboles para la melina y cada 3 para el cebo, ya que de este último había menos individuos.

Las medidas se tomaron en una finca localizada en Puerto Viejo de Sarapiquí, Costa Rica. Este distrito presenta una altura media de 37 msnm, la precipitación y temperatura media anual oscila entre 3000-4000 mm y 20.3-30.3 °C, respectivamente (Decreto Ejecutivo N°41548-MGP, 2019; Vega Naranjo, 2014). La densidad de la finca es de 833 individuos por hectárea.

La variable respuesta corresponde a la altura medida como la longitud del fuste. Como variables predictoras se tienen la edad, el diámetro de la copa, el diámetro a distintas alturas desde el suelo (0.3, 0.6, 0.9 y 1.3 m) y la especie. Sus especificaciones se encuentran en el Cuadro 1.

Cuadro 1.

Variables y sus especificaciones

Tipo	Variable	Unidad	Instrumento e incertidumbre	Rango ó categorías
Respuesta Predictoras cuantitativas	Altura	Metros	Hipsómetro (± 0.1 m)	3.200 – 12.800
	Edad	Años	Bitácora	1.750 y 2.000
	Diámetro de copas	Metros	Cinta métrica (± 0.5 mm)	2.530 – 6.740
	Diámetro a diferentes alturas (0.3, 0.6, 0.9 y 1.3m)	Centímetros	Cinta diamétrica (± 0.5 mm)	4.900 – 18.880
Predictora categórica	Especie			Cebo y melina

Con respecto a la fuente y las mediciones, la edad se obtuvo a partir de una bitácora que llevan los encargados de la finca. El diámetro de la copa se mide con cinta métrica, promediando dos mediciones perpendiculares de la proyección vertical de las copas sobre el suelo (Segura y Castañeda, 2008). Los diámetros se miden a alturas de 0.3, 0.6, 0.9 y 1.3 m (dap) sobre el suelo, como se hizo tanto en Hernández Ramos et al. (2022) como en Guzman Santiago et al. (2022), aunque se tomaron solo las alturas que se podían medir directamente con el árbol en pie (Amaral et al., 1998). La altura se midió con un hipsómetro Nikon Forestry Pro II.

El análisis estadístico se hizo con el software de R versión 4.4.1 para el análisis de los datos (R Core Team, 2024). Se emplearon las librerías *car* (Fox y Weisberg, 2019), *corrgram* (Wright, 2021), *lmtest* (Zeileis y Hothorn, 2002) y *lattice* (Sarkar, 2008).

Para ajustar el modelo se utilizaron distintos gráficos y pruebas. Primero se realizó un análisis exploratorio con histogramas y gráficos de dispersión y se analizaron las variables especie y edad mediante un diagrama de cajas. Luego se estudentizaron los residuos y se graficaron para detectar valores de la altura que se alejaron del resto, detectando los valores críticos con el valor crítico de Bonferroni. Para los casos de influencia sobre la regresión del modelo lineal se utilizó el gráfico de distancias de Cook.

Posteriormente para los supuestos, se construyó un gráfico de cuantiles-cuantiles para analizar la normalidad y para verificarla se utilizó la prueba específica de Shapiro-Wilk. Para analizar la homocedasticidad se empleó un gráfico de residuales contra valores ajustados junto con la prueba formal de Breusch-Pagan. Para el supuesto linealidad se utilizó un gráfico de los residuales parciales contra los predictores para observar el comportamiento de las relaciones, y se añadió un término cuadrático para solventar el problema que surgió. Por último, para evaluar la multicolinealidad se utilizó la herramienta estadística del factor de inflación de la varianza (VIF) y se corrigió el incumplimiento del supuesto realizando un análisis de componentes principales y centrando algunas variables.

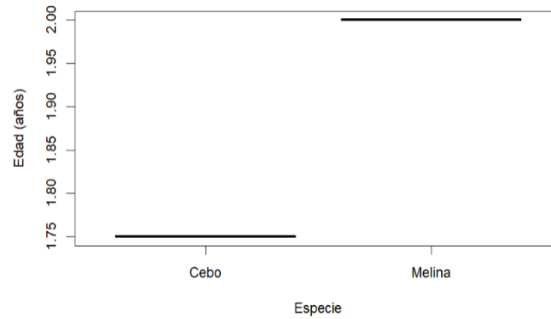
Para comparar el desempeño de los modelos se utilizó el R^2 ajustado y para la selección de variables se usó la prueba F y los criterios de información de Akaike y de Bayes. Estos criterios se basan en maximizar la función de verosimilitud de los errores del modelo, pero aplicando una penalización. Se debe saber que el criterio de Bayes aplica una penalización más fuerte que la de Akaike, por lo que es natural que discrimine más variables. Todas las pruebas se realizaron con una significancia del 5%, excepto las selecciones de variables, en las que se utilizó uno de 0.15. El experto que acompañó este proceso fue el especialista Pedro Zúñiga Mora, quien es ingeniero forestal en FUNDECOR, una organización que contribuye a la generación de soluciones que permite potenciar los beneficios de la naturaleza (FUNDECOR, s.f.).

RESULTADOS

En primera instancia se realizó un análisis exploratorio de datos. El Anexo 2 muestra que la altura, el dap y el diámetro a los 90 cm del suelo muestran una distribución atípica, ya que las distribuciones no son monótonas. Por otro lado, los demás diámetros a los 30 y 60 cm del suelo parecen tener una asimetría positiva, mientras que la distribución del diámetro de copas se ve bastante simétrico. También destaca que la edad solo contiene dos valores: 1.75 y 2 m, lo cual indica que se debe tratar como una variable categórica, lo cual fue importante para un análisis que se mencionará más adelante. Además, el Anexo 3 muestra que ninguna variable numérica presenta valores extremos y que parece haber una relación positiva entre la altura y todos los diámetros, lo cual significa que cuando aumenta uno de ellos, también aumenta la altura.

Figura 1.

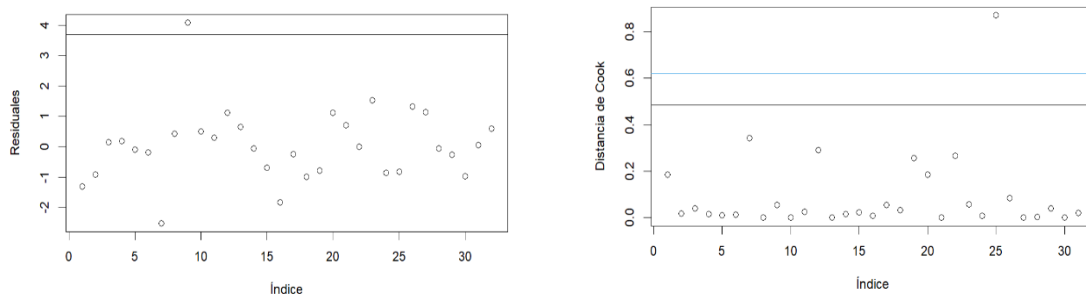
Edad por especie



En la Figura 1, se observa que hay confusión entre las variables de edad y especie. Como se encontró que la variable edad, pese a ser numérica, resultaba ser una variable categórica, y estas categorías corresponden justamente a las categorías de la variable especie, se decidió no tomarla en cuenta.

Figura 2.

Residuales estudentizados externamente y distancias de Cook

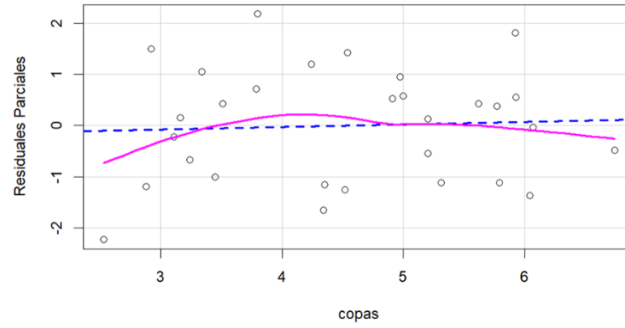


En la Figura 2, se observa un valor atípico, al estar por encima de la línea límite. Se identificó que este valor es el dato número 9 de la base de datos. Después de revisarlo, se consideró que es un posible error de medición, ya que sus demás dimensiones eran muy diferentes a las obtenidas para árboles con alturas parecidas. Por esta razón, se decidió no considerarlo para el ajuste del modelo. Luego se realizó nuevamente el gráfico de residuales estudentizados externamente y sin el dato número 9 se encontró solo un valor extremo, que, al sobrepasar la línea azul, tiene una influencia mediana sobre las estimaciones generales del modelo. Luego de revisar la base de datos, se encontró que este era el dato 26. Se decidió no tomarlo en cuenta, ya que su altura elevada se pudo deber a un error de medición, al igual que el dato 9.

Una vez tratados los valores extremos se empezó a realizar el análisis de supuestos. Todos los modelos considerados en los pasos intermedios cumplieron los supuestos de normalidad y homocedasticidad (Anexo 4), por lo que no existía necesidad de realizar medidas remediales para estos casos. Para evaluar el supuesto de linealidad, se realizaron los gráficos de residuales parciales de la altura según cada uno de los predictores numéricos.

Figura 3.

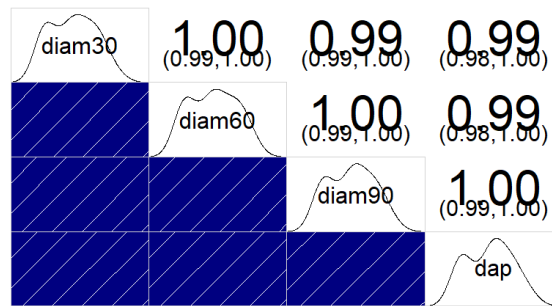
Residuales parciales para el diámetro de copas



Todos los predictores cumplieron con el supuesto de linealidad (Anexo 5) excepto el diámetro de copas, como se observa en la Figura 3. Mediante una transformación cuadrática de la variable “copas” se logró resolver el problema (Anexo 6). Seguidamente se decidió hacer la verificación del supuesto de no multicolinealidad.

Figura 4.

Correlaciones entre diam30, diam60, diam90 y dap



A partir de la Figura 4 se identifican correlaciones positivas y fuertes entre las variables predictoras diam30, diam60, diam90 y dap, por lo cual podría no ser apropiado considerar todas las variables en el modelo. Para solucionar este problema, se decidió realizar un análisis de componentes principales (PCA) que resultó en la siguiente variable:

$$z = 10.251diam30 + 0.466diam60 + 0.356diam90 + 0.276dap$$

Para verificar si se debía utilizar esta variable o solamente considerar uno de los diámetros, se ajustaron modelos con solo z, diam30, diam60, diam90 ó dap y se compararon usando el R^2 ajustado.

Cuadro 2.*R² ajustado de cada modelo con los distintos diámetros y z*

Modelo	R ² ajustado
Con diam30	0.893
Con diam60	0.890
Con diam90	0.883
Con dap	0.897
Con z	0.891

El Cuadro 2 indica que el modelo que utiliza dap es el modelo que tiene un mayor R² ajustado, y, por lo tanto, es el modelo que se debe escoger.

Al realizar el análisis del supuesto de no-multicolinealidad, el factor de inflación de la varianza (VIF) resultó muy alto (mayor a 10) para todas las variables excepto dap, posiblemente debido a la relación entre las interacciones y la variable con término cuadrático. Se planteó centrar copas y especie para solucionarlo, lo cual redujo el VIF de todos los predictores con alta correlación, como se observa en la Cuadro 3, obteniendo finalmente un VIF menor a 10 para todos los predictores. Entonces, se resolvió el problema de multicolinealidad.

Cuadro 3.*Factor de Inflación de la Variancia (VIF) para las variables sin centrar y centradas.*

Variable	VIF sin centrar	VIF centradas
especie	15.411	2.715
dap	8.505	8.505
copas	107.070	3.391
copas^2	101.617	1.321
especie: dap	27.723	3.746

Con respecto a la normalidad, la prueba de Shapiro-Wilk arrojó una probabilidad asociada de 0.331, indicando que se puede asumir este supuesto. Por otro lado, se puede asumir también homocedasticidad porque, al realizar la prueba de Breusch-Pagan, se obtuvo una probabilidad asociada de 0.828. Este cumplimiento se puede ver gráficamente en el Anexo 7.

Para la selección de variables, se consideraron cuatro métodos distintos, tomando por conveniencia un alfa de 0.15. Resultaron tres modelos distintos, por lo que se comparó el R² ajustado de cada modelo para seleccionar el óptimo (Cuadro 4).

Primero se realizó un método de eliminación de predictores hacia atrás, en el cual se toma el modelo completo y lo siguientes se evalúan por medio de una prueba F. Como segundo método se usó la selección de variables hacia adelante, el cual también utiliza el estadístico F. Luego, se seleccionaron las variables con los criterios de información de Akaike y de Bayes.

Cuadro 4.

R² ajustado de los modelos seleccionados por distintos métodos

Método	Variables resultantes	R ² ajustado
Eliminación de variables hacia atrás	especie, dapcent, especie:dapcent	0.909
Selección de variables hacia adelante	especie, dapcent, l(copascent^2), especie:dapcent,	0.915
Criterio de información de Akaike	especie, dapcent, l(copascent^2), especie:dapcent	0.915
Criterio de información de Bayes	especie, dapcent	0.899

Se observa que la diferencia del R² ajustado del método de eliminación hacia atrás y R² ajustado del método de selección de variables hacia adelante y el criterio de Akaike es de únicamente 0.002, lo cual es muy poco, entonces por parsimonia se escoge el modelo más simple (el obtenido por el método de eliminación hacia atrás). Por ende, el modelo final es:

$$\mu_{Y|X_1, X_2} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 (x_2 - \bar{x}_2) + \beta_3 x_1 (x_2 - \bar{x}_2)$$

$$x_1 = 1 \text{ si la especie es Melina, } 0 \text{ si es Cebo.}$$

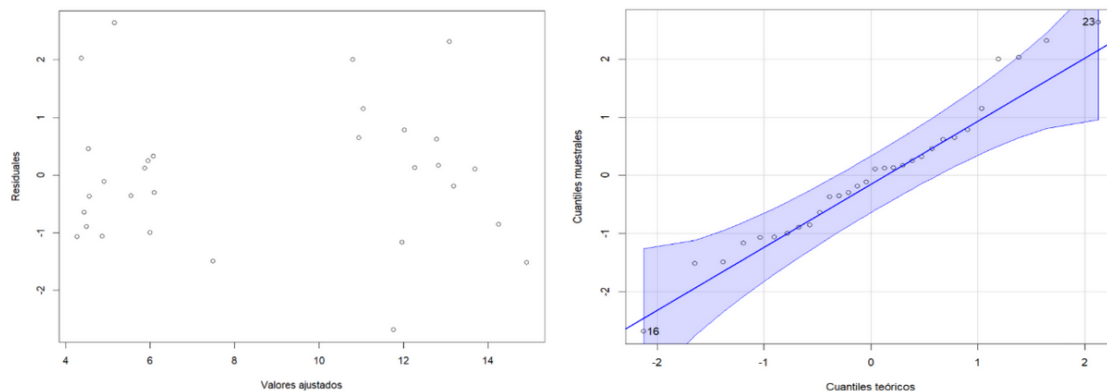
$$x_2 = \text{dap.}$$

Además, este modelo tiene un R² de 0.9092.

La Figura 5 sugiere que el modelo cumple con la homocedasticidad. También, al utilizar la prueba de Breusch-Pagan se obtuvo una probabilidad asociada de 0.599, por lo cual con un 5% de significancia se puede asumir el supuesto de homocedasticidad para el modelo. En el gráfico de cuantiles-cuantiles, se puede apreciar que los residuales parecen seguir una distribución normal. Además, al aplicar la prueba Shapiro-Wilk se obtuvo una probabilidad asociada de 0.459, entonces es posible asumir el supuesto de normalidad.

Figura 5.

Residuales contra valores ajustados para el modelo final y cuantiles teóricos contra cuantiles muestrales



En la siguiente tabla (Cuadro 5), se ve que no hay problemas de multicolinealidad, ya que ningún VIF es mayor a 10.

Cuadro 5.

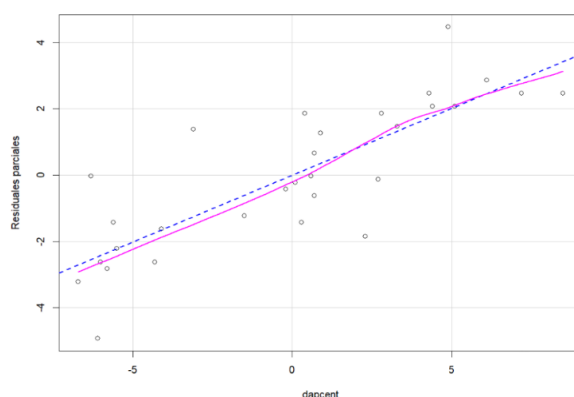
VIF de las variables del modelo final

Coeficientes	VIF
especie	2.102
dapcent	5.106
especie:dapcent	3.580

Para determinar si existe linealidad se utilizó un gráfico de residuales contra los predictores o equivalentemente, contra los valores ajustados (Figura 6), el cual indica que sí se cumple el supuesto de linealidad.

Figura 6.

Residuales parciales para el dap centrado



Tomando en cuenta el modelo final que se detalló en una sección anterior, se encontraron las siguientes ecuaciones para cebo y melina, respectivamente:

$$y^{\wedge} = 5.929 + 0.261x \quad y^{\wedge} = 10.597 + 0.508x$$

donde representa el dap.

Cuadro 6.

Intervalos de confianza de las pendientes

Pendientes	Límite inferior	Límite superior
Cebo	0.009	0.507
Melina	0.297	0.794

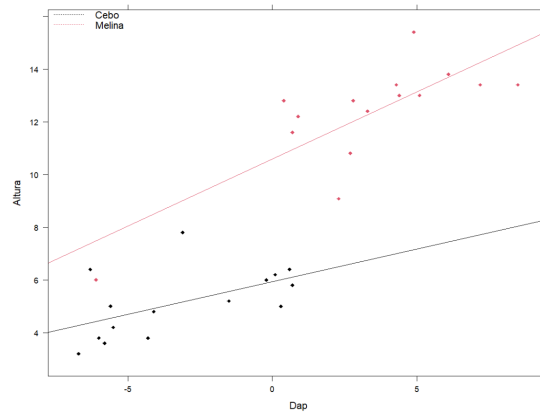
Con respecto a los intervalos de confianza, al revisar la Cuadro 6, se pueden hacer las siguientes interpretaciones:

- Con un 95% de confianza se puede asegurar que la pendiente de la especie de cebo estará entre 0.009 y 0.507, lo cual significa que al aumentar el dap en 4 π mm, la altura promedio aumenta entre 0.036 y 2.028 m.
- Con un 95% de confianza se puede asegurar que la pendiente de la especie de melina estará entre 0.305 y 0.712, es decir que cuando el dap aumenta 4 π mm, la altura promedio aumenta entre 1.220 y 2.848 m.

Luego, con el fin de visualizar el comportamiento de las pendientes se incluyó el siguiente gráfico (Figura 7).

Figura 7.

Relación entre la altura y el dap según especie



CONCLUSIONES

En esta investigación, se obtuvo un modelo que considera la especie, el dap y su interacción, y este cumple con todos los supuestos, con lo cual se alcanzó el objetivo general de la investigación. Este modelo explica el 90.92% de la variabilidad de la altura, lo cual indica que es un modelo sumamente útil para predecir la altura del árbol, y así se cumple con el objetivo específico 3). Por otro lado, a partir de este modelo se obtuvieron las ecuaciones para cada especie, lo cual también cumple con el primer objetivo específico de este trabajo.

Con respecto al segundo objetivo específico, los resultados de esta investigación también permiten concluir que los diámetros tomados a distintas alturas están estrechamente relacionados, como se evidencia en la Figura 8. Sin embargo, en el modelo final, el único diámetro que resultó predictor fue el dap, lo cual es consistente con el hecho de que este sea la medida que más es utilizada para predecir la altura del árbol en los estudios consultados (Li et al, 2015; Lynch et al, 2005). Por ende, una de las hipótesis 1) que se formuló al principio de este estudio fue correcta.

También refiriéndose al segundo objetivo específico, la variable copas estuvo implicada en algunos de los modelos que resultaron de otros métodos de selección y esto tiene sentido, ya que en las investigaciones de O'Brien et al. (1995) y en las mencionadas por Kalliovirta y Tokola (2005) se determinó que el dap y el diámetro de las copas están relacionados. Al tomar en cuenta que

estas dos variables están relacionadas, es natural que solo una de ellas estuviera en el modelo final, y, como el dap es tan importante, este fue el que se eligió. Esta conclusión también comprueba la hipótesis 3) que se formuló al principio de este estudio.

La relación entre la altura y el dap es positiva en ambas ecuaciones obtenidas, ya que ambas presentan coeficientes positivos. Además, en el análisis exploratorio de datos se evidencia que las relaciones con los demás diámetros también son positivas (Figura 3), aunque no se pudo obtener una ecuación con estas ya que fueron eliminadas del modelo. Con estas conclusiones también se cumple con el objetivo específico 2).

Una limitación de este trabajo fue que solo se tomaron en cuenta dos edades, por lo que para estudios próximos se aconseja buscar un rango más amplio de edades. Por esta razón, también, no se pudo verificar la hipótesis 2). Adicionalmente, como la especie resultó lo suficientemente significativa para estar en el modelo final, se recomienda hacer más estudios con otras especies.

BIBLIOGRAFÍA

- Alpízar, E. (2020). Ecuación práctica para cubicar madera. *Oriolus*, 1(1), 27–38. <https://doi.org/10.47633/oriolus.v1i1.271>
- Amaral, P., Veríssimo, A., Barreto, B., & Vidal, E. (1998). *Bosques para Siempre*. Imazón. https://awsassets.panda.org/downloads/bosques_para_siempre.pdf
- Barrantes-Madrigal, Katherine, Murillo-Cruz, Rafael, Ávila-Arias, Carlos, Fonseca-González, William, & Barquero-Elizondo, Ana Isabel. (2021). Tabla de volumen comercial para teca clonal en diferentes índices de sitio en la Zona Norte de Costa Rica. *Revista de Ciencias Ambientales*, 55(1), 211-229. <https://dx.doi.org/10.15359/rca.55-1.10>
- Decreto Ejecutivo N°41548-MGP, Declara oficial para efectos administrativos, la aprobación de la División Territorial Administrativa de la República. (28 enero 2019). http://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?param1=NRTC&nValor1=1&nValor2=88416&nValor3=115607&strTipM=TC
- Elumalero, G., Apenah, M., Ogundele, O., Adesanmi, V., Olalekan, O. (2021). Effect of soil nutrient concentrations on the quantity of tannin and flavonoid deposited in *Gmelina arborea* fruit located in different locations. *Journal of Research in Forestry, Wildlife and Environment* 13(2). 37-44.
- Fournier, L., y Di, J. (1998). Biomasa aérea, concentración de nutrimentos y daños en árboles de *Vochysia guatemalensis* en un monocultivo de cuatro años, Tabarcia, Costa Rica. *Agronomía Costarricense* 22(2). 235-241.

- Fox, J., y Weisberg, S. (2019). *An R Companion to Applied Regression*, Third edition. Sage, Thousand Oaks CA. <https://www.john-fox.ca/Companion/>.
- FUNDECOR. (s.f.). *Nuestra Misión*. <http://www.fundecor.org/index.php/es/quienes-somos/mision>
- Guzman Santiago, J. C., Vargas-Larreta, B., Gómez-Cárdenas, M., y Quiñonez-Barraza, G. (2022). Función ahusamiento-volumen comercial de *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. & Cham. en varias regiones de México. *Colombia forestal*, 25(1), 77–94.
- Hernández-Castro., Badilla Valverde, Y., Murillo-Gamboa, O. (2021). Estimación de parámetros genéticos de *Gmelina arborea* Roxb. (melina) en el Caribe de Costa Rica. *Uniciencia* 35(1). 352-366.
- Hernández Ramos, J., García-Cuevas, X., Hernández-Ramos, A., Tamarit-Urias, J. C., & Buendía-Rodríguez, E. (2022). Modelos para estimar volumen fustal y ahusamiento para *Manilkara zapota* (L.) P. Royen en Quintana Roo, México. *Acta Universitaria*, 31. <https://doi.org/10.15174/au.2021.3067>
- Herrera, B. y Alvarado, A. (2001). Effects of increasing soil acidity and decreasing nutrient availability on the growth of *Vochysia ferruginea* a secondary forest in northern Costa Rica. *Agronomía Costarricense* 25(2). 57-64.
- Herrera, B., Campos, J., Finegan, B., Alvarado (1999). Factors affecting site productivity of a Costa Rican secondary rain forest in relation to *Vochysia ferruginea*, a commercially valuable canopy tree species. *Forest Ecology and Management* 118(1-3). 73-81. [https://doi.org/10.1016/S0378-1127\(98\)00489-7](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(98)00489-7)
- Kalliovirta, J., Tokola, T. (2005). Functions for estimating stem diameter and tree age using tree height, crown width and existing stand database information. *Silva Fennica* 39(2). 227–248. <https://doi.org/10.14214/sf.386>
- Li, Y. Q., Deng, X. W., Huang, Z. H., Xiang, W. H., Yan, W. D., Lei, P. F., Zhou, X. L., & Peng, C. H. (2015). Development and Evaluation of Models for the Relationship between Tree Height and Diameter at Breast Height for Chinese-Fir Plantations in Subtropical China. *PloS one*, 10(4), e0125118. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0125118>
- Lynch, T., Gordon Holley, A., Stevenson, D. (2005). A Random-Parameter Height-Dbh Model for Cherrybark Oak, *Southern Journal of Applied Forestry* 29(1). 22–26. <https://doi.org/10.1093/sjaf/29.1.22>

- Mesén, F., & Vásquez, W. (2009). Variación genética de procedencias y familias de *Vochysia guatemalensis* a los 18 años de edad en Sarapiquí, Heredia, Costa Rica. *Agronomía Costarricense*, 33(2), 157–170. <https://doi.org/10.15517/rac.v33i2.6717>
- Montes-Pulido, C. (2014). La silvicultura como elemento crítico para la sostenibilidad y el manejo del bosque. *Revista De Investigación Agraria y Ambiental*, 5(1), 147-153. <https://proquest.proxyucr.elogim.com/scholarly-journals/la-silvicultura-como-elemento-critico-para/docview/1721382652/se-2>
- Mora Chacón, F., Muñoz Hernández, R., Meza, V. O., & Fonseca, W. (2015). Factores edáficos que influyen en el crecimiento de *Vochysia guatemalensis* en la Región Huetar Norte de Costa Rica. *Agronomía Costarricense* 39(1). 71-89.
- O'Brien, S., Hubbel, S., Spiro, P., Condit, R., Foster, R. (1995). Diameter, Height, Crown, and Age Relationship in Eight Neotropical Tree Species. *Ecology* 76(6). 1926-1939. <https://doi.org/10.2307/1940724>
- R Core Team (2024). *_R: A Language and Environment for Statistical Computing_*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. <<https://www.R-project.org/>>.
- Rojas, F. (2001). *Plantaciones forestales*. Editorial de la Universidad Estatal a Distancia (EUNED).
- Sarkar D (2008). *Lattice: Multivariate Data Visualization with R*. Springer, New York. ISBN 978-0-387-75968-5, <http://lmdvr.r-forge.r-project.org>.
- Segura, M., & Andrade Castañeda, H. J. (2008). ¿Cómo construir modelos alométricos de volumen, biomasa o carbono de especies leñosas perennes?. *Agroforestería en las Américas*, 46 (2008), 89-96. https://repositorio.catie.ac.cr/bitstream/handle/11554/6935/Como_construir_modelos_alometricos.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Vega Naranjo, A. (2014). *Caracterización Territorio Sarapiquí*. Instituto de Desarrollo Rural. <https://www.inder.go.cr/sarapiqui/Caracterizacion-Territorio-Sarapiqui.pdf>
- Wright, K. (2021). *corrgram: Plot a Correlogram*. R package version 1.14, <https://CRAN.R-project.org/package=corrgram>.
- Zeileis, A., Hothorn, T. (2002). *lmtest: Testing Linear Regression Models*. R News 2(3), 7-10. <https://CRAN.R-project.org/package=lmtest>

ANEXOS

Figura 8.

Diagrama de flujo del proceso de obtención del modelo

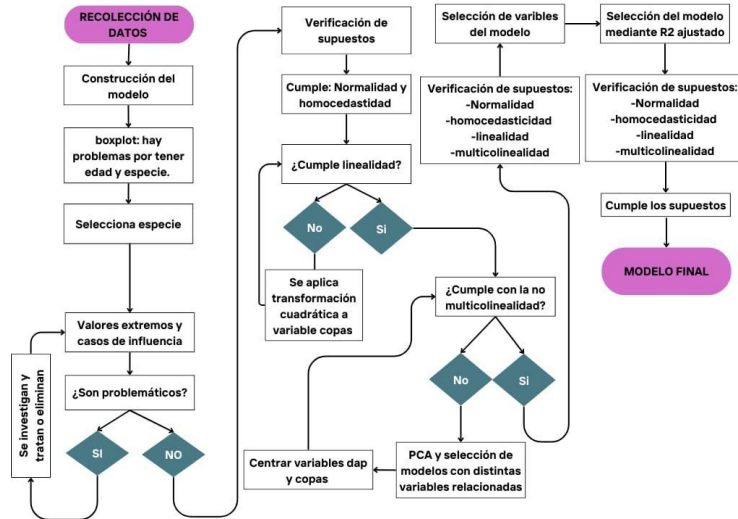


Figura 9.

Distribuciones de las variables predictoras numéricas

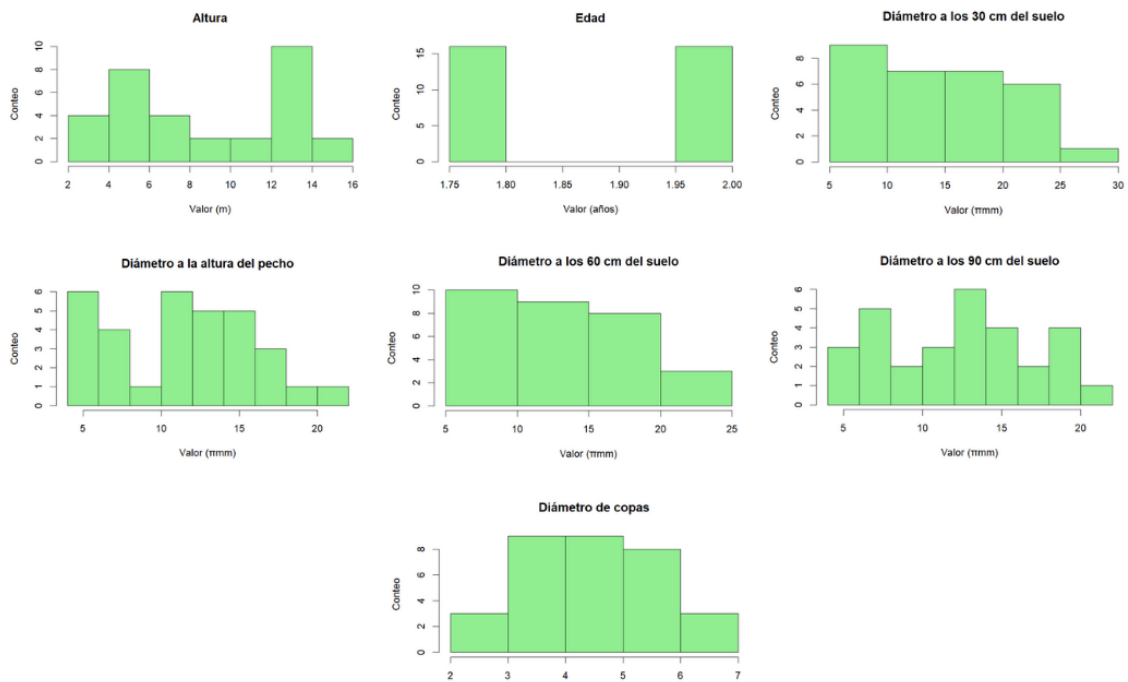


Figura 10.

Relación entre la altura y cada variable predictora numérica

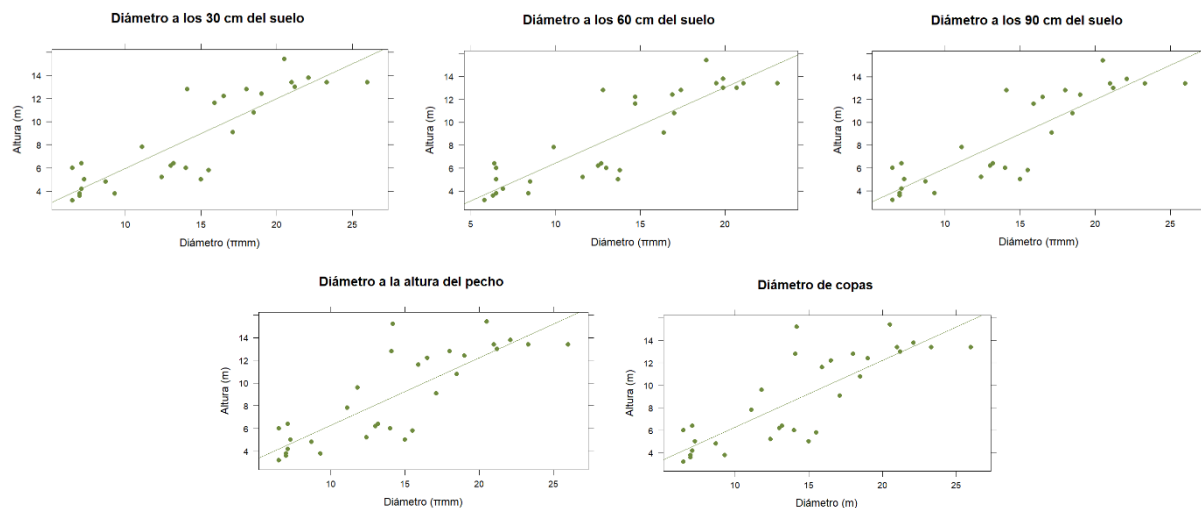


Figura 11.

Cumplimiento de los supuestos de normalidad y homocedasticidad del modelo completo

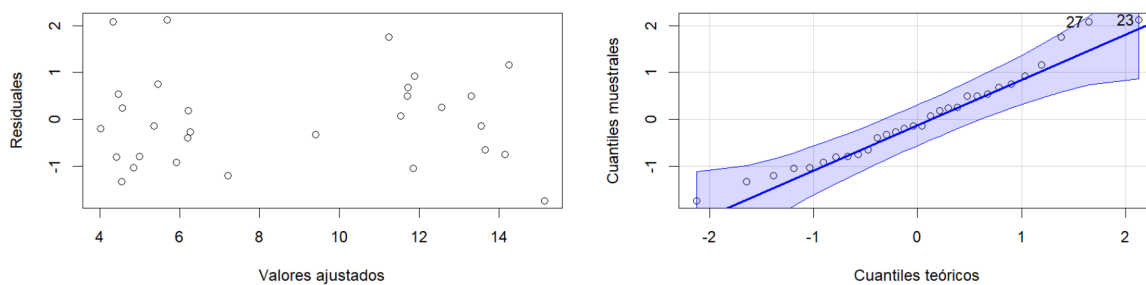


Figura 12.

Gráfico de residuales parciales para las variables del modelo completo, exceptuando al diámetro de copas

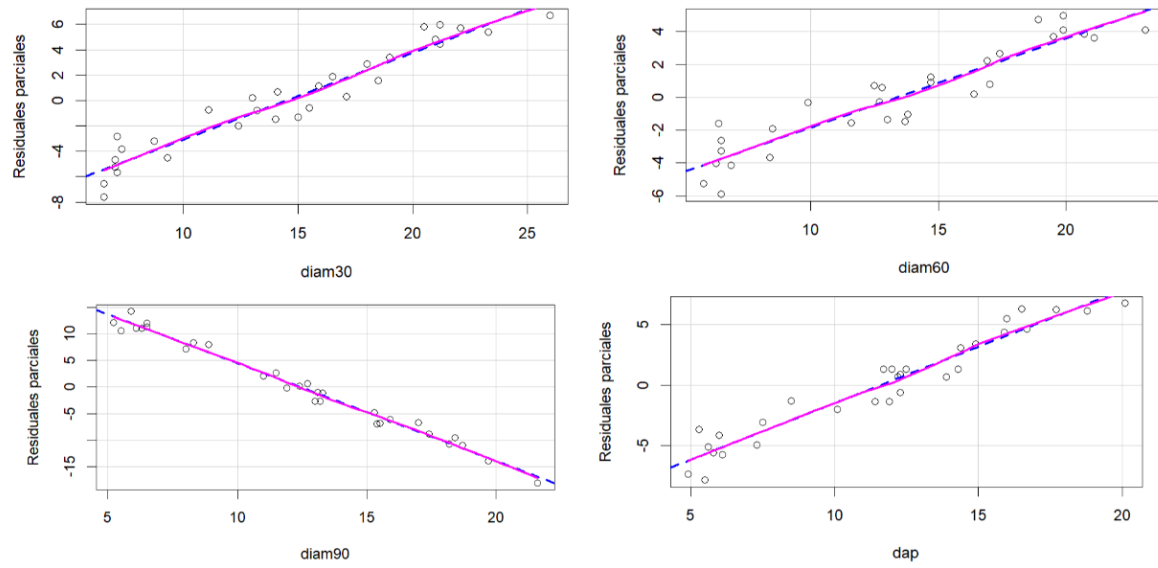


Figura 13.

Residuales parciales del modelo completo luego de aplicar el término cuadrático

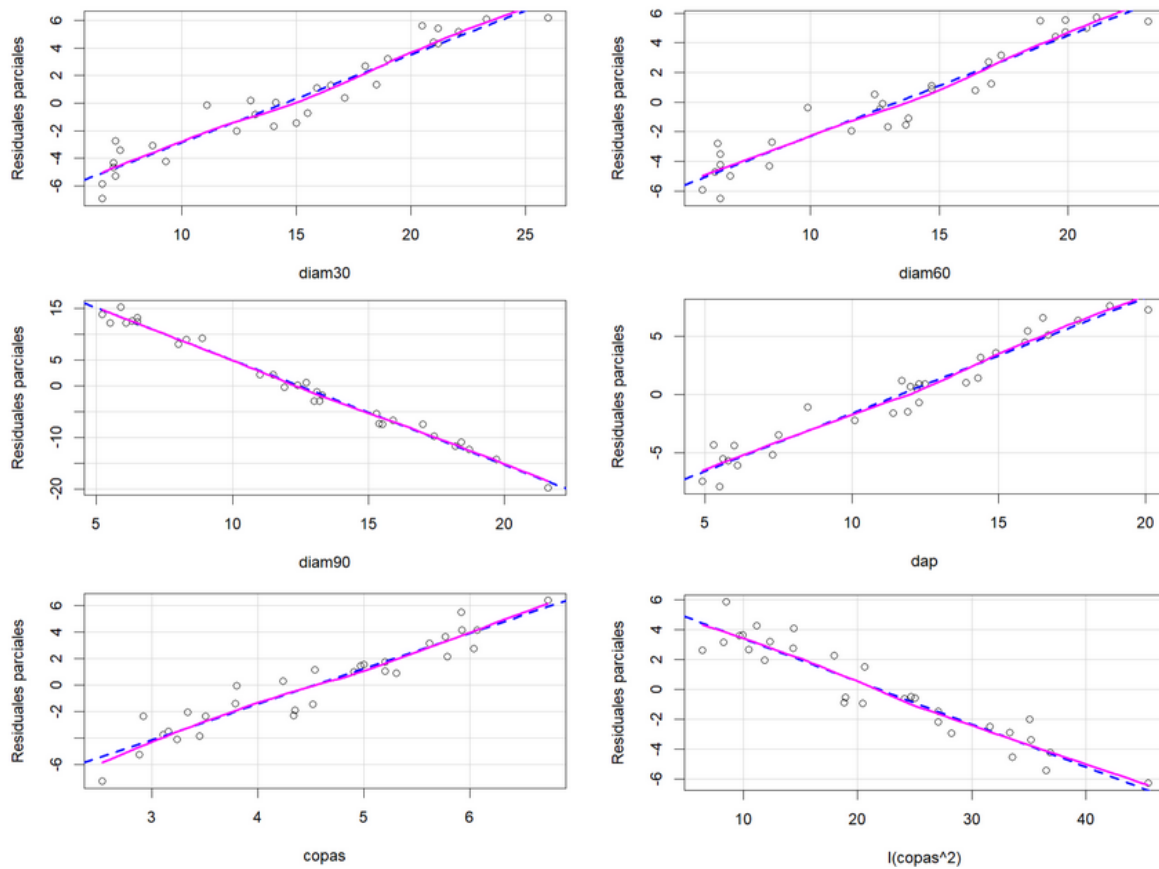


Figura 14.

Cumplimiento de los supuestos de normalidad y homocedasticidad del modelo con las variables centradas

